



گزینه ۲

۱

ابتدا متحرک در X های مثبت قرار دارد و به سمت X های منفی حرکت می کند. در X های منفی تغییر جهت می دهد و دوباره به سمت X های مثبت حرکت می کند. پس از مدتی طی مسافت در X های مثبت، تغییر جهت می دهد و در (X = 0) متوقف می شود.

گزینه ۴

۲

با استفاده از معادله جابه جایی- سرعت ابتدا شتاب حرکت را حساب می کنیم:

$$v_f^2 - v_i^2 = 2a(x_f - x_i) \Rightarrow (\omega\sqrt{2})^2 - (-\omega)^2 = 2a(13 - 3) \\ \Rightarrow \omega^2 - 2\omega = 20a \Rightarrow 2\omega = 20a \Rightarrow a = \frac{\omega}{2} \text{ m/s}^2$$

اکنون معادله حرکت جسم را می نویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}\left(\frac{\omega}{2}\right)t^2 + (-\omega)t + 3 \Rightarrow x = \frac{\omega}{8}t^2 - \omega t + 3$$

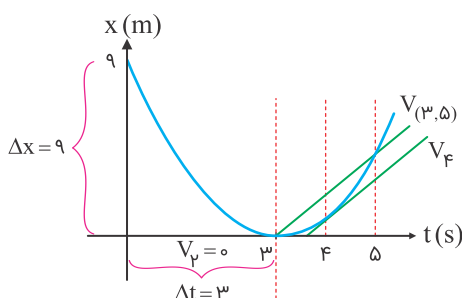
برای مشخص کردن بردار مکان، کافی است مکان جسم در لحظه $t = 4\text{ s}$ را حساب کنیم.

$$t = 4\text{ s} \Rightarrow x = \frac{\omega}{8}(4)^2 - \omega(4) + 3 = 10 - 20 + 3 = -7\text{ m} \Rightarrow \vec{d} = -7(\text{m})\vec{i}$$

گزینه ۲

۳

سهمی را از محور آن جدا می کنیم و سمت چپ را بررسی می کنیم.



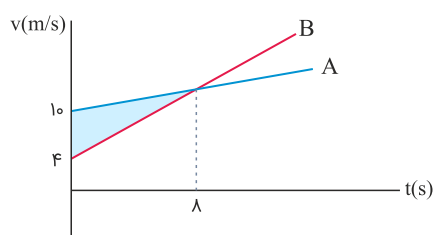
$$\Delta x = -\frac{1}{2}a\Delta t^2 + v_f\Delta t \Rightarrow -9 = -\frac{1}{2}(a)(9) + 0 \Rightarrow a = 2$$

سرعت متوسط در بازه (3, 5) برابر با سرعت در لحظه $t = 4\text{ s}$ است.

این بار سمت راست رأس سهمی را بررسی می کنیم:

$$v_f = a\Delta t + v_i \Rightarrow v_f = 2(1) + 0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام اول: نمودار $(v - t)$ دو متحرک را رسم می‌کنیم.

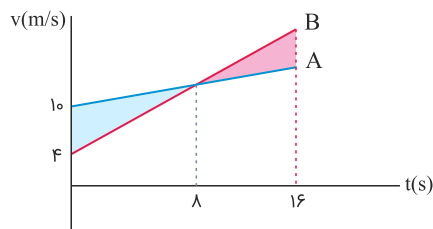


باتوجه به نمودار تا لحظه $t = 8s$ فاصله دو متحرک برابر با مساحت قسمت هاشورخورده (همان اختلاف جابه‌جایی دو متحرک) است که برابر است با:

$$L_{(0,8s)} = \frac{8 \times (10 - 4)}{2} = 24m$$

بنابراین در بازه زمانی $(0, 8s)$ ، فاصله دو متحرک از صفر به $24m$ می‌رسد و یک مرتبه در این بازه فاصله دو متحرک به $24m$ رسیده است.

گام دوم: در لحظه $t = 16s$ ، متحرک B به اندازه مساحت قسمت هاشورخورده که در بازه $(0, 8s)$ عقب افتاده بود، بیشتر از متحرک A طی می‌کند و جابه‌جایی عقب‌افتاده را جبران می‌کند؛ بنابراین در لحظه $t = 16s$ دو متحرک به یکدیگر می‌رسند و این یعنی فاصله دو متحرک که در لحظه $t = 8s$ برابر با $24m$ شده بود، در بازه $(8s, 16s)$ کاهش یافته تا به صفر برسد؛ بنابراین در این بازه نیز یک‌بار فاصله دو متحرک به $24m$ می‌رسد.



گام سوم: پس از لحظه $t = 16s$ ، متحرک B از متحرک A جلو می‌افتد و دائماً فاصله‌اش از A را افزایش می‌دهد؛ پس بعد از لحظه $t = 16s$ نیز یک‌بار فاصله دو متحرک به $24m$ می‌رسد. در مجموع ۳ بار فاصله این دو متحرک از یکدیگر به $24m$ می‌رسد.

باتوجه به شکل خودروها می‌توان نتیجه گرفت اگر v_A از v_B بیشتر باشد، خودروها در حال دور شدن از هم هستند و هرگاه v_A از v_B کمتر باشد، فاصله آن‌ها در حال کاهش است. اکنون لحظه‌ای را حساب می‌کنیم که سرعت A و B باهم برابر می‌شود.



$$v = at + v_0 \Rightarrow 35 = 4t + 15 \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

یعنی کمترین فاصله بین دو خودرو در لحظه $t = 5 \text{ s}$ ایجاد می‌شود. اکنون تابع فاصله دو خودرو را مشخص می‌کنیم:

$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x_A = \frac{1}{2}(4)t^2 + 15t + 300$$

$$x_B = vt \Rightarrow x_B = 35t$$

$$\Rightarrow |\Delta x| = 2t^2 - 20t + 300 = [(t - 5)^2 + 125] \times 2$$

$$\Rightarrow |\Delta x|_{\min} = 250 \text{ m}$$

باتوجه به شکل زیر، برای محاسبه فاصله بین دو قطار (۱) و (۲) فرض می‌کنیم قطار (۳) ثابت است و دو قطار دیگر با فاصله زمانی ۲۰ دقیقه‌ای از کنار آن رد می‌شوند (همان مدت‌زمان بین راه افتادن دو قطار)؛ پس فاصله بین دو قطار برابر است با:



$$\Delta = v \times (20 \text{ min})$$

اگر قطار (۳) هم با سرعت v' حرکت کند، در هر ثانیه $(v + v')$ از فاصله Δx کم می‌شود تا قطار (۳) از هر دو قطار عبور کند (چون هریک از قطارهای (۱) و (۲) به اندازه $v \Delta t'$ به سمت چپ حرکت می‌کنند و قطار (۳) به اندازه $v' \Delta t'$ به سمت راست حرکت می‌کند)؛ بنابراین، نسبت $\frac{v}{v'}$ برابر است با:

$$\Delta x = (v + v') \Delta t' = (v + v') \times \lambda$$

با تقسیم دو رابطه به دست آمده داریم:

$$\frac{\Delta x}{\Delta x} = \frac{v \times 20 \text{ min}}{(v + v') \times \lambda \text{ min}} \Rightarrow 1 = \frac{5v}{2v + 2v'} \Rightarrow 3v = 2v'$$

$$\Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{3}{2} = 1.5$$

گام اول: متحرک از مکان $x = -20\text{m}$ قرار است به مکان $x = +20\text{m}$ برسد، یعنی جابه‌جایی آن $\Delta x = +40\text{m}$ است؛ بنابراین باید لحظه‌ای را پیدا کنیم که مجموع مساحت‌های زیر نمودار تا آن لحظه برابر با $+40\text{m}$ شود.

گام دوم: ابتدا مساحت سطح زیر نمودار را تا لحظه $t = 6\text{s}$ محاسبه می‌کنیم.

$$S_1 = \left(\underbrace{\frac{2+4}{2} \times 4}_{\text{مساحت ذوزنقه}} \right) + \underbrace{\frac{2 \times 4}{2}}_{\text{مساحت مثلث}} = 16\text{m} \Rightarrow \Delta x_1 = 16\text{m}$$

بنابراین هنوز به $\Delta x = 40\text{m}$ نرسیده‌ایم. مساحت زیر نمودار در بازه $(6\text{s}, 18\text{s})$ برابر است با:

$$S_2 = \frac{12 \times |V|}{2} \quad (1)$$

با استفاده از تشابه دو مثلث (*) داریم:

$$\frac{4}{6-4} = \frac{|v|}{10-6} \Rightarrow |v| = 4\text{m/s}$$

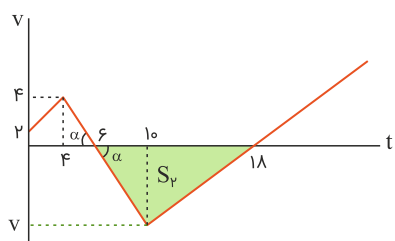
$$\Rightarrow v = -4\text{m/s} \quad (2)$$

با استفاده از (۱) و (۲) داریم:

$$|\Delta x(6\text{s}, 18\text{s})| = S_2 = \frac{12 \times 4}{2} = 24$$

$$\Rightarrow \Delta x(6\text{s}, 18\text{s}) = -24$$

در مجموع جابه‌جایی از $t = 0$ تا $t = 18\text{s}$ برابر با $\Delta x_1 + \Delta x_2 = 16 - 24 = -8\text{m}$ است. گام سوم: پس لحظه t بعد از لحظه $t = 18\text{s}$ است. اگر لحظه‌ای که متحرک به $x = 20\text{m}$ می‌رسد را t' در نظر بگیریم، داریم:



گام اول: اگر d طول مسیر باشد، مدت زمان لازم برای آنکه متحرک ثلث اول مسیر را با سرعت $\frac{1}{3}v$ بپیماید، برابر است با:

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \frac{d}{3} = \frac{v}{3} \times \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{2d}{3v}$$

گام دوم: با فرض اینکه متحرک مابقی مسیر ($d' = d - \frac{d}{3} = \frac{2d}{3}$) را با سرعت v' بپیماید، داریم:

$$\frac{2d}{3} = v' \times \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{2d}{3v'}$$

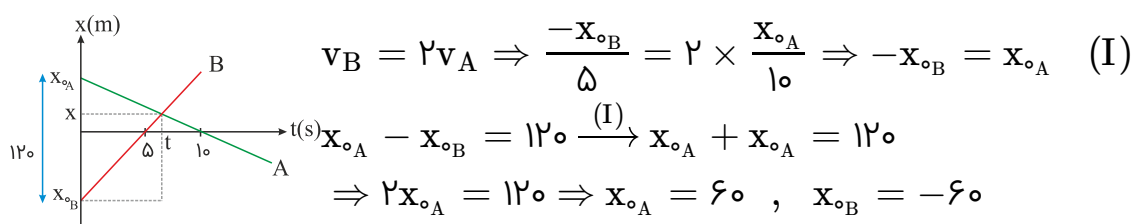
گام سوم: در پایان باتوجه به تعریف سرعت متوسط، خواسته سؤال را به دست می آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{d}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{d}{\frac{2d}{3v} + \frac{2d}{3v'}} = \frac{d}{\frac{2d}{3}(\frac{1}{v} + \frac{1}{v'})} = \frac{3}{2(\frac{1}{v} + \frac{1}{v'})}$$

$$v = \frac{3}{\frac{2}{\frac{1}{v} + \frac{1}{v'}}} \Rightarrow 1 + \frac{v}{v'} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{v}{v'} = \frac{1}{2} \Rightarrow v' = 2v$$

دقت کنید که در رابطه بالا طبق صورت سؤال به جای سرعت متوسط کل، مقدار v قرار داده شد.

گام اول: تندی متحرک B ، ۲ برابر تندی متحرک A است؛ بنابراین باتوجه به شکل زیر، داریم:



گام دوم: با فرض اینکه دو متحرک در لحظه t و مکان $x = n$ به یکدیگر می رسند، باتوجه به شکل بالا، خواهیم داشت:

$$v_B = 2v_A \Rightarrow \frac{n - x_{oB}}{t} = 2 \times \frac{x_{oA} - n}{t} \Rightarrow n - x_{oB} = 2(x_{oA} - n)$$

$$\Rightarrow n + 60 = 2(60 - n) \Rightarrow n + 60 = 120 - 2n \Rightarrow 3n = 60 \Rightarrow n = 20$$

نمودار مکان- زمان حرکت جسم به صورت سهمی است؛ پس حرکت آن با شتاب ثابت انجام می‌شود. با استفاده از معادله مکان- زمان در این حرکت می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ t &= 0, \quad x_0 = +20\text{m} \\ t &= 5\text{s}, \quad x = -5\text{m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow -5 = \frac{1}{2}a(25) + 5v_0 + 20$$

$$\Rightarrow -25 = \frac{25}{2}a + 5v_0 \Rightarrow -50 = 25a + 10v_0 \quad (\text{I})$$

در لحظه $t = 2\text{s}$ در بیشترین فاصله از مبدأ قرار دارد و سرعت حرکت آن صفر است؛ پس می‌توان نوشت:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 2a + v_0 \Rightarrow v_0 = -2a \quad (\text{II})$$

با جایگذاری معادله (I) در (II) داریم:

$$-50 = 25a + 10(-2a) = 25a - 20a = 5a$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -10\text{m/s}^2 \\ v_0 = -2a = +20\text{m/s} \end{cases}$$

درنتیجه داریم:

$$x = -5t^2 + 20t + 20$$

با استفاده از معادله مکان- زمان، مکان جسم در لحظه $t = 2\text{s}$ را حساب می‌کنیم:

$$t = 2\text{s} \Rightarrow x = -5(2)^2 + 20(2) + 20 = 40\text{m}$$

برای محاسبه مسافت تا لحظه تغییر جهت داریم: (قسمتی که حرکت جسم کندشونده است)

$$l = 40 - 20 = 20\text{m}$$

در لحظه‌ای که بردار مکان جسم به کمترین مقدار خود می‌رسد ($x = 0$) است. در این صورت برای محاسبه جابه‌جایی از لحظه تغییر جهت تا این لحظه داریم:

$$d = 0 - 40 = -40\text{m}$$

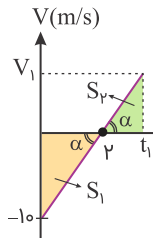
پس می‌توان نوشت:

$$\frac{l}{d} = \frac{20}{-40} = -0.5$$

ابتدا جابه‌جایی در ۲ ثانیه اول را حساب می‌کنیم:

$$0 < t < 2 \Rightarrow \Delta x = \frac{2 \times (-10)}{2} = -10 \text{ m}$$

پس در $t = 2$ (s) فاصله متحرک از مبدأ برابر با $x_2 = -10 - 20 = -30 \text{ m}$ است. اگر فرض کنیم در لحظه t_1 جسم به مبدأ برسد باید جابه‌جایی بین $t = 2$ (s) تا $t = t_1$ برابر با 30 m باشد.



$$\frac{v_1(t_1 - 2)}{2} = 30 \Rightarrow v_1(t_1 - 2) = 60$$

$$\tan \alpha = \frac{10}{2} = 5 \Rightarrow \frac{v_1}{t_1 - 2} = 5 \Rightarrow t_1 - 2 = \frac{v_1}{5}$$

$$v_1(t_1 - 2) = 60 \Rightarrow v_1 \times \frac{v_1}{5} = 60 \Rightarrow v_1^2 = 300 \Rightarrow v_1 = 10\sqrt{3} \text{ m/s}$$

گام اول: باتوجه به شکل زیر، معادلات مکان- زمان متحرک‌های A و B را مشخص می‌کنیم؛ در نوشتن معادله مکان- زمان متحرک B، دقت کنید که به جای t عبارت $t - 4$ را باید قرار دهیم، پس:



$$x_A = v_A t + x_{0A} \Rightarrow x_A = 30t + 0 \Rightarrow x_A = 30t$$

$$x_B = v_B t + x_{0B} \Rightarrow x_B = -20(t - 4) + 240 \Rightarrow x_B = -20t + 320$$

گام دوم: برای لحظه‌ای که فاصله دو متحرک از یکدیگر 480 m می‌شود، داریم:

$$x_A - x_B = 480 \Rightarrow 30t - (-20t + 320) = 480 \Rightarrow 50t - 320 = 480$$

$$50t = 800 \Rightarrow t = 16 \text{ s}$$

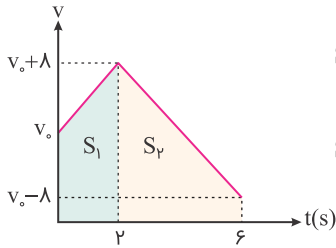
در پایان خواسته سؤال که مکان متحرک B در لحظه $t = 16 \text{ s}$ است را به دست می‌آوریم:

$$x_B = -20t + 320 \Rightarrow x_B = -20 \times 16 + 320 = 0$$

سرعت در لحظات صفر، ۲ و ۶ به ترتیب با v_0 ، v_2 و v_6 نمایش داده می‌شود.

$$v = at + v_0 \begin{cases} v_2 = f(2) + v_0 = v_0 + \lambda \\ v_6 = -f(4) + v_2 = v_0 - \lambda \end{cases}$$

سپس نمودار سرعت- زمان آن را رسم می‌کنیم:



$$s_1 = \frac{(2v_0 + \lambda)2}{2} = 2v_0 + \lambda$$

$$s_2 = \frac{(2v_0)4}{2} = 4v_0$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = 6v_0 + \lambda \Rightarrow v_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow f = \frac{6v_0 + \lambda}{6} \Rightarrow v_0 = \frac{\lambda}{3} \text{ m/s}$$

ابتدا معادله سهمی را مشخص می‌کنیم.

$$t_{\text{رأس}} = \frac{t_1 + t_2}{2} \Rightarrow 1/5 = \frac{1 + t_2}{2} \Rightarrow t_2 = 2s$$

با قرار دادن نقطه (۰, ۱۲) در معادله داریم:

$$x = A(t - t_1)(t - t_2) \Rightarrow -1 \times A \times -2 = 12 \Rightarrow A = 6$$

$$\Rightarrow x = 6(t - 1)(t - 2) \Rightarrow x = 6t^2 - 18t + 12$$

اکنون مکان در لحظه $t = 1/5s$ را حساب می‌کنیم.

$$x = 6(1/5)^2 - 18(1/5) + 12 = -1/5m$$

بردار مکان- زمانی تغییر می‌کند که جسم از مبدأ محور ($x = 0$) عبور کند. این زمان برای دومین بار $t = 2s$ است. در این صورت داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 12}{2} = -6m/s$$

ازطرفی در لحظه $t = 1/5s$ جهت حرکت جسم تغییر می‌کند. در این صورت داریم:

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{13/5}{1/5} = 9m/s$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{v_{av}}{S_{av}} = \frac{-6}{9} = -\frac{2}{3}$$

گام اول: معادله حرکت هرکدام از متحرک‌ها را می‌نویسیم:

دقت داشته باشید که متحرک A، $2s$ بیشتر از متحرک B در حرکت بوده است:

$$x_A = 6(t + 2)$$

$$x_B = v_B t + 7$$

گام دوم: حالا $x_B = x_A$ قرار داده شود و در معادله $t = 10s$ جایگذاری می‌کنیم تا v_B به دست آید:

$$6(t + 2) = v_B t + 7$$

$$6 \times 12 = 10v_B + 7 \Rightarrow 72 = 10v_B + 7 \Rightarrow v_B = \frac{65}{10} = 6.5m/s$$

برای هر گزینه علت اینکه امکان دارد صحیح باشد را بررسی می‌کنیم:

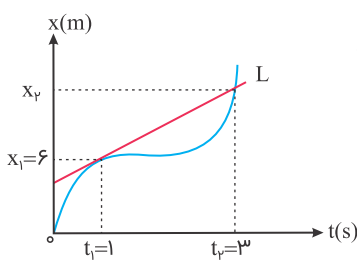
اگر سرعت اولیه مثبت باشد، ابتدا اندازه سرعت افزایش و سپس کاهش پیدا می‌کند (گزینه ۱ امکان دارد که صحیح باشد).

اگر سرعت اولیه منفی و بسیار بزرگ باشد، تا لحظه‌ای که شتاب صفر می‌شود اندازه سرعت در حال کاهش و بعد از آن دوباره افزایش پیدا می‌کند (گزینه ۳ امکان دارد که صحیح باشد).

اگر سرعت اولیه منفی باشد و اندازه آن کوچک باشد، ابتدا اندازه سرعت کاهش یافته تا صفر شود و بعد در جهت مثبت‌ها افزایش یافته و وقتی شتاب منفی می‌شود، سرعت دوباره روند کاهشی به خود می‌گیرد (گزینه ۲ امکان دارد که صحیح باشد).

در نتیجه جواب گزینه ۴ است.

سرعت متحرک در لحظه $t_1 = 1\text{ s}$ برابر شیب خط مماس بر نمودار در این لحظه است (شیب خط L) و سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی ($t_1 = 1\text{ s}$ تا $t_2 = 3\text{ s}$) برابر شیب خط قاطع بر نمودار بین این دو لحظه (باز هم شیب خط L) است. پس سرعت متحرک در لحظه t_1 برابر سرعت متوسط آن در بازه زمانی t_1 تا t_2 است.



$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow 3 = \frac{x_2 - 6}{3 - 1} \Rightarrow x_2 - 6 = 6 \Rightarrow x_2 = 12\text{ m}$$

دو ثانیه سوم یعنی از لحظه $t_1 = ۴ \text{ s}$ تا $t_3 = ۶ \text{ s}$ جابه‌جایی متحرک در این مدت را با Δx_1 نشان می‌دهیم.

$$v_{av}(1) = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \Rightarrow ۶ = \frac{\Delta x_1}{۶ - ۴} \Rightarrow \Delta x_1 = ۶ \times ۲ = ۱۲ \text{ m}$$

چهار ثانیه سوم یعنی از لحظه $t_1 = ۴ \text{ s}$ تا $t_3 = ۸ \text{ s}$ جابه‌جایی متحرک در این مدت را با Δx_3 نشان می‌دهیم.

$$v_{av}(3) = \frac{\Delta x_3}{\Delta t_3} \Rightarrow -۶ = \frac{\Delta x_3}{۸ - ۴} \Rightarrow \Delta x_3 = -۶ \times ۴ = -۲۴ \text{ m}$$

جابه‌جایی متحرک در چهار ثانیه دوم (t_1 تا t_3) برابر جابه‌جایی میان دو ثانیه سوم ($t_3 = ۶ \text{ s}$ تا $t_1 = ۴ \text{ s}$) و دو ثانیه چهارم ($t_3 = ۸ \text{ s}$ تا $t_2 = ۶ \text{ s}$) است. جابه‌جایی متحرک در دو ثانیه چهارم را با Δx_2 نشان می‌دهیم.

$$\Delta x_3 = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow -۲۴ = ۱۲ + \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = -۳۶ \text{ m}$$

$$v_{av}(2) = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{-۳۶}{۸ - ۶} = \frac{-۳۶}{۲} = -۱۸ \text{ m/s} \Rightarrow v_{av}(2) = (-۱۸ \text{ m/s})\vec{i}$$

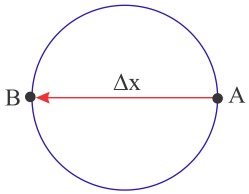
محیط دایره برابر است با:

$$2\pi R = 2 \times 3 \times 10 = 60 \text{ m}$$

باتوجه به اینکه تندی متحرک 30 m/s است، پس برای هر دور کامل زدن به 2 s زمان احتیاج دارد و در مدت $\frac{1}{4}$ دقیقه (۱۵ ثانیه):

دور ۱	هر دو ثانیه
$n = 7/5$ دور	هر ۱۵ ثانیه

اگر دقت کنید، به ازای ۷ دور کامل جابه جایی برابر صفر می شود.
اما نیم دور کامل یعنی:



$$\Delta x = D = 20 \text{ m}$$

درنهایت:

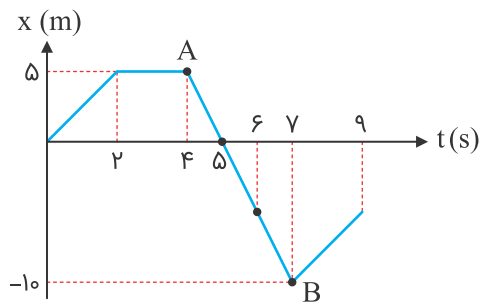
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3} \text{ m/s}$$

الف: در مدت گفته شده نمودار صعودی است پس $v \geq 0$ است. متحرک روی خط راست حرکت می‌کند و تغییر جهت نمی‌دهد. پس اندازه‌های جابه‌جایی و مسافت برابرند.

ب: لحظه $t = 5$ در بازه $(4, 7)$ قرار دارد پس سرعت در این لحظه برابر با شیب خط AB است. پس:

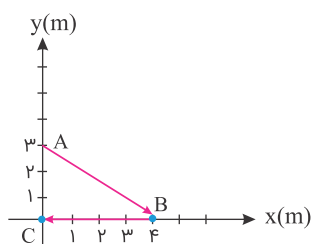
$$v = \frac{-15}{3} = -5$$

پ: ثانیه هفتم یعنی بازه $(6, 7)$ و در این مدت، فاصله نمودار از محور افقی زیاد می‌شود که به معنی افزایش فاصله متحرک از مبدأ است.



ت: تندی لحظه‌ای، اندازه سرعت لحظه‌ای است و همواره این دو هم‌اندازه هستند.

ابتدا طول مسیر AB را به دست می‌آوریم که وتر یک مثلث قائم‌الزاویه است.



$$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}$$

و طول BC نیز برابر ۴ m است پس مسافت طی شده برابر $5 + 4 = 9 \text{ m}$ خواهد شد. درحالی‌که اندازه جابه‌جایی فاصله A تا C یعنی ۳ m است پس داریم:

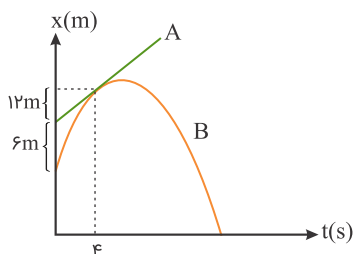
$$S_{av} = \frac{\text{مسافت کل}}{\text{زمان کل}} = \frac{9}{2+3} = 1.8 \text{ m/s}$$

$$v_{av} = \frac{\text{جابه‌جایی کل}}{\text{زمان کل}} = \frac{3}{2+3} = 0.6 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow S_{av} - v_{av} = 1.2 \text{ m/s}$$

نمودار متحرک A در لحظه $t = 4 \text{ s}$ بر منحنی نمودار متحرک B مماس شده است؛ یعنی سرعت متحرک B در لحظه $t = 4 \text{ s}$ برابر 3 m/s است.

در ضمن دو متحرک A و B در $t = 4 \text{ s}$ در یک مکان قرار گرفته‌اند. اگر متحرک A طبق رابطه $\Delta x = vt \Rightarrow \Delta x = 3 \times 4 = 12$ متر از مبدأ خود دور شده باشد و چون در آغاز زمان دو متحرک A و B، ۶ متر از یکدیگر فاصله داشتند، متحرک B در $t = 4 \text{ s}$ در ۱۸ متری مبدأ حرکت خود است.



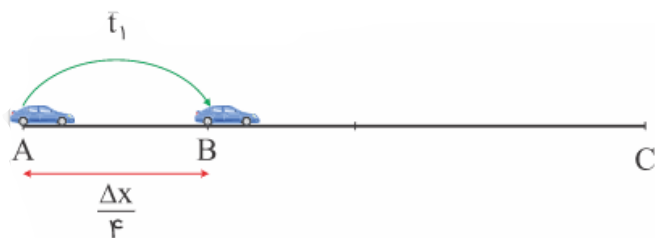
اگر سرعت اولیه خودرو v_0 و بزرگی شتاب ترمز آن a باشد، داریم:

$$v = -at + v_0 \xrightarrow{t=T, v=0} 0 = -aT + v_0 \Rightarrow T = \frac{v_0}{a}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2(-a)\Delta x \xrightarrow{\Delta x=L, v=0} 0 - v_0^2 = 2(-a)L \Rightarrow L = \frac{v_0^2}{2a}$$

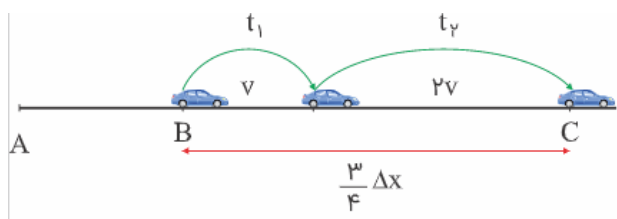
بنابراین اگر v_0 و a دو برابر شوند، T تغییر نمی‌کند و L ، دو برابر می‌شود.

حرکت این اتومبیل را در دو مرحله بررسی می‌کنیم:
مرحله اول (AB): متحرک در زمان t_1 ، مسافت $\frac{\Delta x}{4}$ را با سرعت 10 m/s طی کرده است.



$$t_1 = \frac{\frac{\Delta x}{4}}{10} = \frac{\Delta x}{40}$$

مرحله دوم (BC): متحرک مسافت $\frac{3}{4}\Delta x$ را در دو بازه زمانی مساوی (هر یک به اندازه t_1) با سرعت‌های v و $2v$ طی می‌کند.



$$\frac{3}{4}\Delta x = vt_1 + (2v)t_2 = 3vt_1 \Rightarrow t_2 = \frac{\frac{3}{4}\Delta x}{3v} = \frac{\Delta x}{4v}$$

بنابراین سرعت متوسط در تمام مسیر برابر است با:

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{t_{\text{کل}}} = \frac{\Delta x}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{\Delta x}{\frac{\Delta x}{40} + 2 \times \frac{\Delta x}{4v}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{40} + \frac{1}{2v}} = \frac{40v}{40 + 2v} = 20 \Rightarrow v = 20 \text{ m/s} \end{aligned}$$

چون شتاب حرکت ثابت است، می‌توان سرعت متوسط را با استفاده از رابطه مستقل از زمان به صورت زیر محاسبه کرد.

$$\left. \begin{aligned} v_{av} &= \frac{v_1 + v_2}{2} \\ v_1 &= +10 \text{ m/s} \\ v_2 &= -72 \text{ km/h} = -20 \text{ m/s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_{av} = \frac{+10 + (-20)}{2} = -5 \text{ m/s}$$

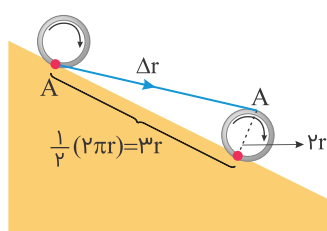
اکنون با استفاده از تعریف سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -5 = \frac{\Delta x}{60} \Rightarrow \Delta x = -300 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \vec{\Delta x} = -300(\text{m}) \vec{i}$$

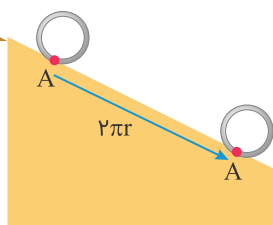
- (۱) متحرک ابتدا در جهت محور x ها و در ادامه در خلاف جهت محور x ها حرکت می‌کند.
- (۲) تمام سهمی‌ها متقارن‌اند پس متحرک در پایان ثانیه ششم در مکان اولیه خود قرار خواهد داشت.
- (۳) متحرک تغییر جهت داشته، پس مسافت بزرگ‌تر از جابه‌جایی خواهد بود.
- (۴) متحرک یک بار تغییر جهت داده است و بردار مکان آن دو بار تغییر جهت داده است.

زاویه سطح شیب‌دار با سطح افق هیچ تأثیری در فرآیند پاسخگویی ندارد.
پس از نیم دور چرخش:



$$\Delta r = \sqrt{(3r)^2 + (2r)^2} = r\sqrt{13} \text{ m}$$

پس از یک دور چرخش:



$$\Delta x = 2\pi r = 6r \Rightarrow \frac{r\sqrt{13}}{r \times 6} = \frac{\sqrt{13}}{6}$$

برای محاسبه انرژی جنبشی پس از ۴ ثانیه، ابتدا سرعت متحرک را به دست آورده و سپس از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ استفاده می‌کنیم:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ m/s}^2$$

$$\text{معادله سرعت: } v = at + v_0 \xrightarrow[v_0=0]{t=4 \text{ s}} v = \frac{5}{2} \times 4 + 0 = 10 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \text{انرژی جنبشی: } K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (10)^2 = 100 \text{ J}$$

از طرفی میزان تغییر انرژی جنبشی از $t_1 = 6 \text{ s}$ تا $t_2 = 8 \text{ s}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$t_1 = 6 \text{ s: } v_1 = at + v_0 \xrightarrow[v_0=0]{t=6 \text{ s}} v_1 = \frac{5}{2} \times 6 + 0 = 15 \text{ m/s}$$

$$t_2 = 8 \text{ s: } v_2 = at + v_0 \xrightarrow[v_0=0]{t=8 \text{ s}} v_2 = \frac{5}{2} \times 8 + 0 = 20 \text{ m/s}$$

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} \times 2 \times (400 - 225) = 175 \text{ J}$$

سرعت اولیه متحرک صفر است (رد گزینه‌های ۱ و ۳).
متحرک "قبل" از رسیدن به مکان اولیه خود متوقف می‌شود (رد گزینه ۲).

راه حل اول:

حرکت متحرک را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم:

۱- مدتی که با سرعت ثابت در حرکت است.

۲- مدتی که متحرک با شتاب -10 m/s^2 در حال کاهش سرعت است تا متوقف شود.

ابتدا قسمت دوم را تحلیل می‌کنیم. به این صورت که حرکت متحرک را برعکس تصور می‌کنیم؛ یعنی با سرعت اولیه 0 m/s به مدت ۲ ثانیه در حرکت است و سرعتش افزایش می‌یابد.

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (2)^2 + 0 \times 2 \Rightarrow \Delta x = 20 \text{ m}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2 \times 10 + 0 \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$$

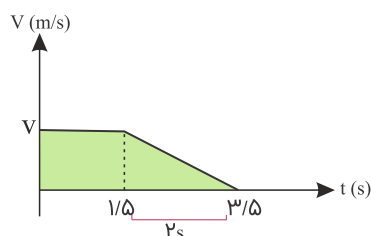
حال سراغ قسمت اول حرکت می‌رویم:

$$\Delta x_1 = v\Delta t = 20 \times 1/5 = 30 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 20 + 30 = 50 \text{ m}$$

راه حل دوم:

نمودار $v - t$ حرکت را رسم می‌کنیم.



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta x} \Rightarrow -10 = \frac{0 - v}{2} \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$$

حال از روی مساحت بین نمودار و محور t ، جابه‌جایی خودرو را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = S_{\text{دوزنقه}} = \frac{1/5 + 3/5}{2} \times 20 = 50 \text{ m}$$